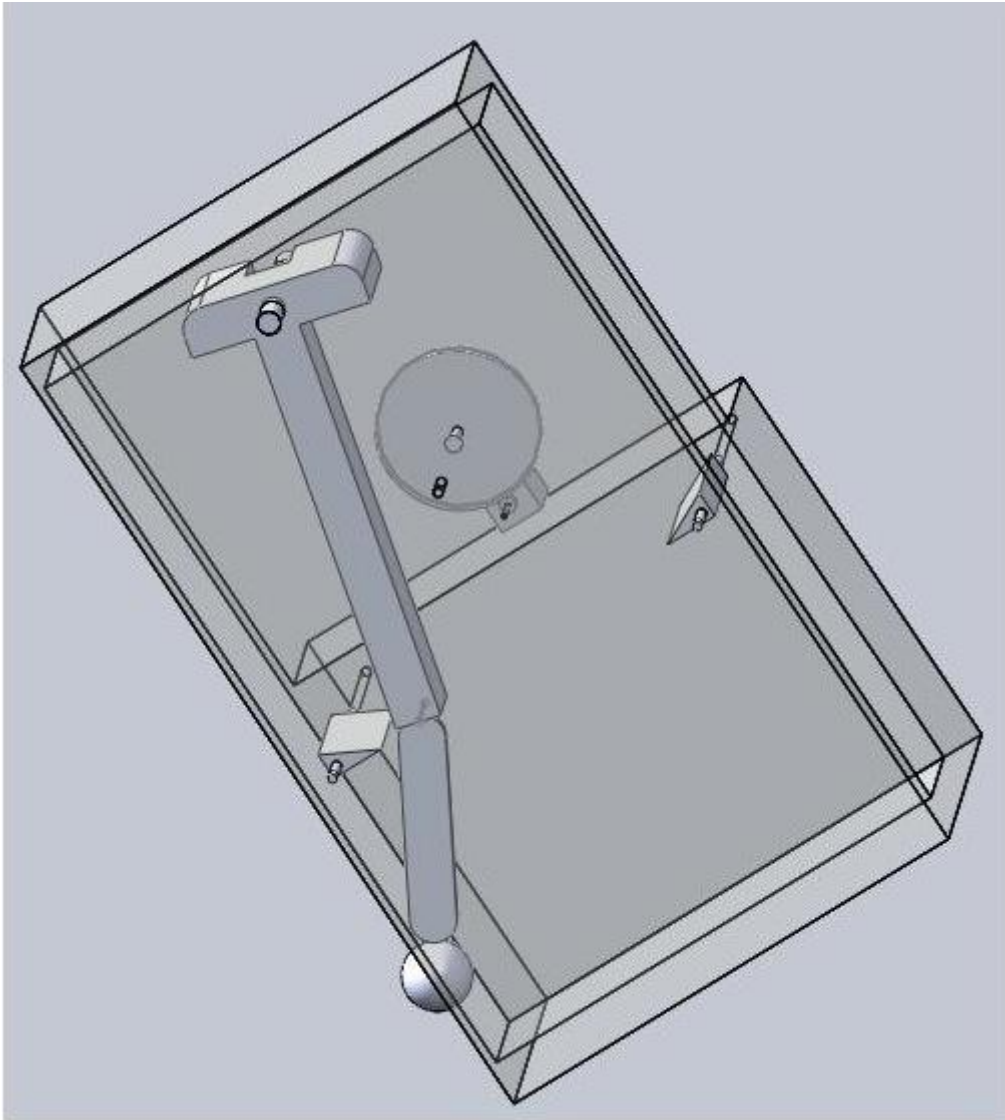


# Etude d'un générateur gravitationnel



Par Briole Samuel, Dekens Alexandre, Guezennec Tristan et Raddadi Mehdi,  
élèves du Lycée Louis Le Grand.

Avec la participation de **Faye Michel**, professeur agrégé au lycée Louis Le  
Grand et de **Dufour Phillipe**, inventeur du générateur et gérant de la société  
AIXOGEN Motors.

Olympiades de Physique 2009/2010

## **Introduction**

Dans le monde moderne, nous sommes toujours à la recherche des sources d'énergie qui nous permettent à tous d'avoir une vie confortable, puisque c'est cette énergie qui fait fonctionner nos lampes, grâce au courant électrique, c'est le gaz qui nous permet de réchauffer notre nourriture, c'est le pétrole qui fait fonctionner nos moyens de locomotion. Actuellement, l'exploitation de la planète pose déjà des problèmes concernant le développement durable. On veut alors exploiter des ressources naturelles, l'énergie éolienne, solaire,...

Alors, pourquoi ne pas s'intéresser à un objet aussi simple et anodin qu'un pendule qui, par son mouvement oscillatoire, pourrait engendrer un moteur et ainsi transformer une énergie mécanique en une énergie électrique ? En effet, le pendule est un objet intéressant puisque il est mu essentiellement par une force universelle présente dans l'univers tout entier, la force de gravitation. De plus, le pendule décrit un mouvement oscillatoire, et il est donc facile d'agir sur son mouvement puisque celui-ci sera toujours « local ». Cependant, le mouvement du pendule s'amortit, en raison du frottement fluide créé lorsque la masse du pendule se met en mouvement dans l'air. On pourrait alors faire fonctionner ce pendule sous vide, ce qui garantirait une quasi-absence de frottement, et donc un mouvement qui durera plus longtemps. Mais même dans ces conditions, le pendule perdrait de son énergie s'il actionnait un moteur.

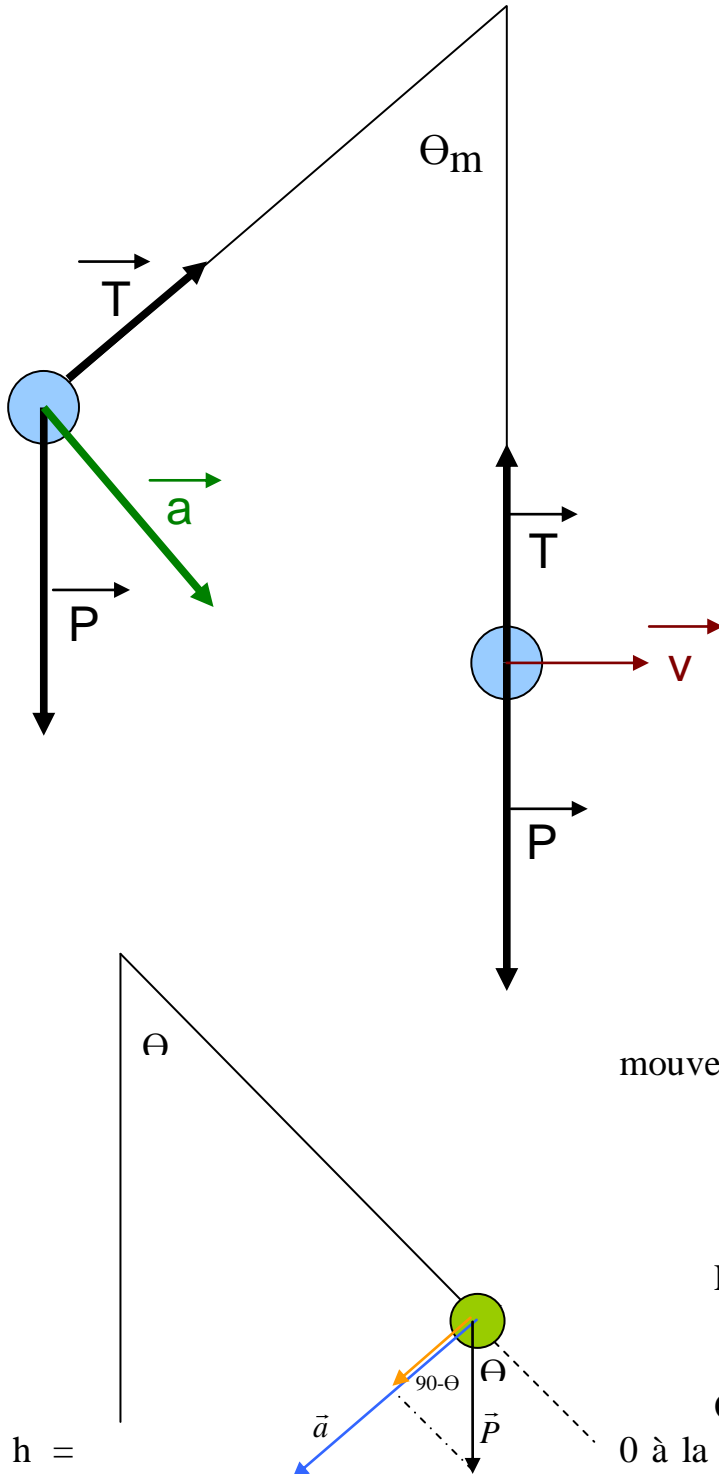
Voyons alors notre pendule comme une balançoire. Lorsque quelqu'un se balance, il peut maintenir son mouvement oscillatoire par lui même, en agitant ses jambes par exemple. Malheureusement, notre pendule n'a pas de jambes (et oui !). Imaginons maintenant que le personnage qui se balance en est maintenant incapable, comment peut-il entretenir son mouvement ? Il faut que quelqu'un le pousse à chaque fois qu'il atteint son amplitude maximale, afin qu'il bénéficie d'une énergie supplémentaire qui lui permettra de continuer son mouvement oscillatoire sans s'amortir. On pourrait faire la même chose avec un pendule, en utilisant une source d'énergie comme l'interaction entre deux aimants...

Ainsi, nous nous sommes fixés pour objectif de parvenir à réaliser un système au centre duquel le pendule, dont nous tenterons d'entretenir les oscillations de façon à rendre son mouvement « éternel », permettra de faire fonctionner un moteur. Voilà donc le projet que nous préparons pour les olympiades de physique cette année, avec l'aide de M. Philippe Dufour, fondateur de la société Aixogen Motors.

# I – Le pendule classique

## 1) Un modèle simple, sans frottement.

Avant d'étudier le fonctionnement complexe de notre pendule, il semble nécessaire de commencer par l'étude de modèles simples. On peut donc s'intéresser brièvement au cas le plus simple, le pendule pesant où l'on néglige les frottements. On se place donc dans le repère terrestre supposé galiléen.



Ici, on laisse tomber une masse faisant un angle  $\Theta_m$  avec la verticale, c'est l'amplitude du mouvement.

Le poids est soumis à deux forces,  $\vec{P}$  et à la tension  $\vec{T}$ .

La seule force travaillant est le poids, car la tension est toujours perpendiculaire à la trajectoire.

Comme la seule force travaillant est le poids, il y a transformation de toute l'énergie potentielle en énergie cinétique (avec  $E_p = 0$  à la position d'équilibre) durant la chute, et vice versa durant la remontée. On a donc un mouvement permanent et périodique.

La longueur de la tige est  $l$ .

On pose arbitrairement la hauteur 0 à la position où le mobile est le plus

bas, et  $\Theta(t)$  l'angle à l'instant  $t$ . à  $t=0$ , on a  $\Theta(0) = \Theta_m$ .

La hauteur du pendule est  $h(t)$  à l'instant  $t$ . A tout instant, on a la relation :  
 $\cos(\Theta(t)) = (l-h)/l$

On en déduit donc la hauteur :

$$\mathbf{h(t)=l*(1-cos(\Theta(t)))}$$

Ce modèle simple nous permet de déduire des formules connues, comme celle de la vitesse en fonction de l'angle. En effet, comme pour  $h(0)$ , la vitesse est nulle, et que seul le poids travaille, on a  $E_k = W(P)$

soit  $(1/2)mv^2 = mgl(1-\cos \Theta_m - 1 + \cos \Theta(t))$

Ce qui nous donne :  $v^2(t) = 2gl*(\cos \Theta_m - \cos \Theta(t))$

Et finalement,

$$\mathbf{v = \sqrt{2gl(\cos\theta_m - \cos\theta(t))}}$$

La deuxième loi de Newton nous donne

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{g} + \vec{T}$ . On peut projeter cette équation selon la direction de la trajectoire. Cela nous donne

$$\begin{aligned} ma &= -P*\cos(90-\Theta) \\ &= -m*g*\sin\Theta \end{aligned}$$

Finalement, on a :  $a = -g*\sin\Theta$ . Or,  $a = \frac{d^2(l\theta)}{dt^2} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$

On a donc l'équation différentielle :  $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$

Cette équation est solvable si l'angle  $\Theta$  est petit tel que  $\theta \approx \sin\theta$ . Sa solution est  $\theta(t) = \theta_m \cos(\sqrt{\frac{g}{l}} * t)$  et une période de  $\Theta(t)$  est donc :  $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .

Ces équations du pendule simple sont assez simples, et il est aisé de connaître des données comme la période où la vitesse. Ce type de pendule est donc conservatif, il ne perd pas d'énergie mécanique. Mais malheureusement il ne peut fonctionner à la surface de notre planète.

### 1) On rajoute les frottements fluides, ca se complique

En effet, le fait que le pendule fonctionne dans l'air qui est un fluide induit forcément une force de frottement relative à la vitesse (où à son carré si la vitesse devient grande). Cette force peut également être issue d'un frottement au niveau de l'axe de rotation. La force de frottement n'est pas conservatrice et elle fait continuellement perdre de l'énergie mécanique au système. En effet, son travail est négatif puisque contraire au mouvement. Si  $\vec{f}$  est la force de frottement,  $\vec{P}$  le poids,  $E_k$  l'énergie cinétique du pendule, Epp son énergie

potentielle de pesanteur, et  $E_m$  son énergie mécanique, entre deux moments quelconques, on a :

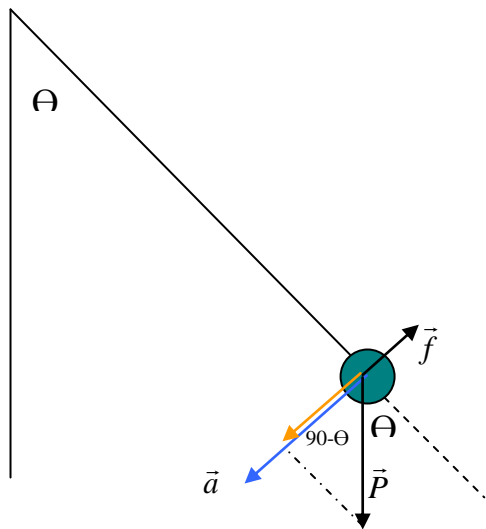
$$\Delta E_k = W(\vec{f}) + W(\vec{P})$$

$$\Delta E_{pp} = -W(\vec{P})$$

$$\begin{aligned} \text{Finalement, } \Delta E_m &= W(\vec{f}) + W(\vec{P}) - W(\vec{P}) \\ &= W(\vec{f}) \end{aligned}$$

C'est à dire  $\Delta E_m < 0$  car  $W(\vec{f}) < 0$

On a donc montré qu'il y a une perte d'énergie liée à la force de frottement. Ce phénomène s'observe par l'amortissement du pendule.



En effet, en supposant que  $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$  (vitesse pas très élevée), on peut reprendre la 2<sup>nde</sup> loi de Newton en projetant selon la tangente à la trajectoire, mais cette fois en ajoutant la force de frottement.

On obtient :

$$ma = mg \sin \theta - \lambda v$$

$$\text{Or, } a = l \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad \text{et } v = l \frac{d\theta}{dt}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\lambda}{m} \times \frac{d\theta}{dt} - \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

On peut remplacer  $\sin \theta$  par  $\theta$  pour des oscillations faibles.

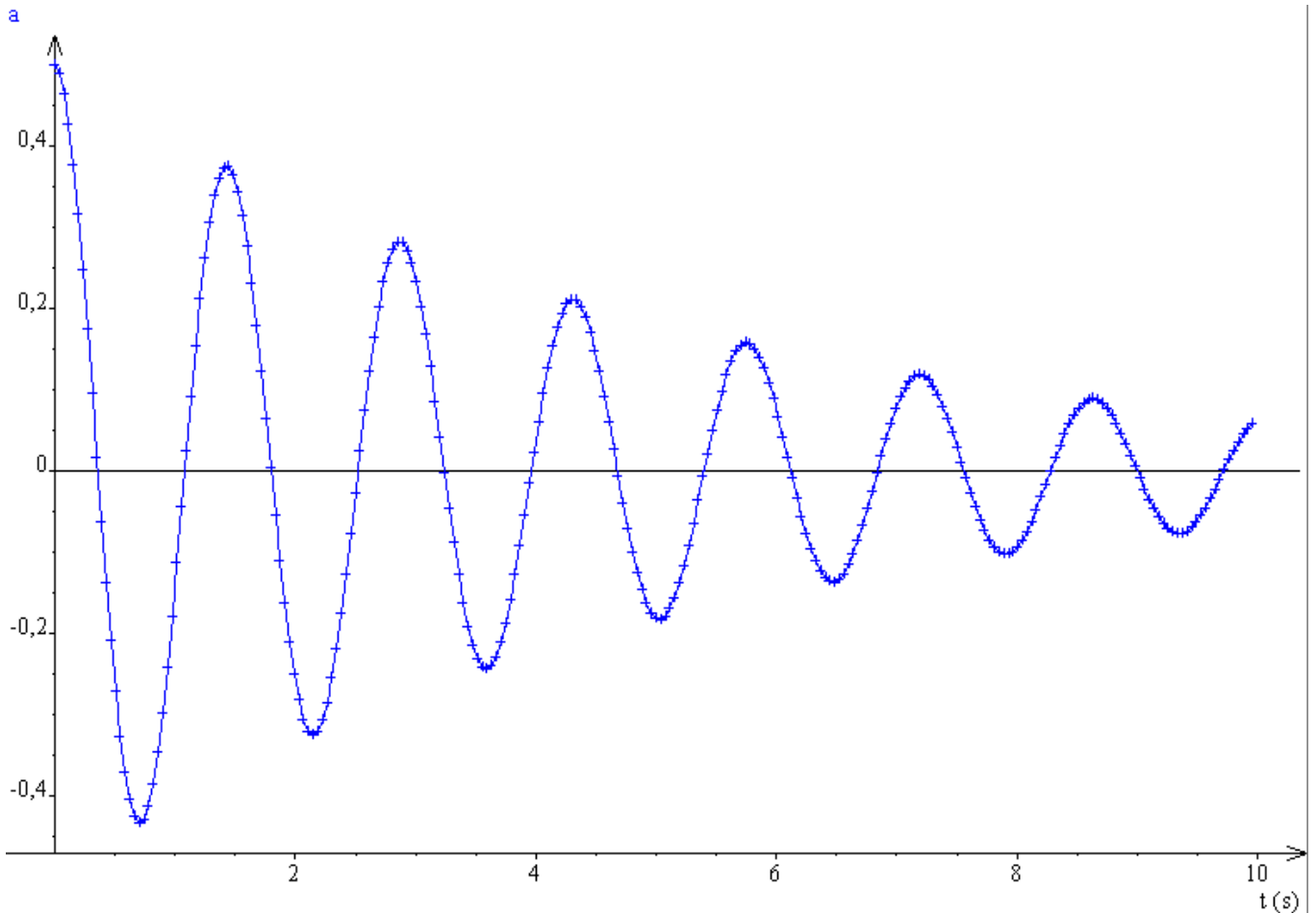
On sait donc que la solution de cette équation est de la forme :

$$\Theta(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} (A \cos(ut) + B \sin(ut))$$

Où  $\tau$  et  $u$  sont des constantes propres au système et  $A$  et  $B$  dépendent des conditions initiales.

Exemple d'un amortissement.

La fonction  $\Theta=f(t)$  représentée est une solution de l'équation différentielle ci dessus.



On peut simplifier la formule de  $\Theta(t)$ .

$$\text{En effet, } \Theta(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \sqrt{A^2 + B^2} * \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos(ut) + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin(ut) \right)$$

$$\Theta(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \sqrt{A^2 + B^2} * (\sin \varphi \cos(ut) + \cos \varphi \sin(ut))$$

$$\varphi \text{ existe car } \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right)^2 + \left( \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right)^2 = 1$$

$$\Theta(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \sqrt{A^2 + B^2} * \sin(ut + \varphi)$$

$$\text{En posant } C = \sqrt{A^2 + B^2}, \text{ on a } \underline{\Theta(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} * C * \sin(ut + \varphi)}$$

$$\text{En général, on prendra } C = \Theta_0 \text{ et } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

On peut donc voir que l'angle est régi par une fonction exponentielle, qui fait que l'angle maximal décroît et devient nul lorsque  $t$  devient grand.

On tombe donc sur les mêmes conclusions qu'avec l'étude énergétique, le pendule d'amortit.

## **II – Le pendule entretenu**

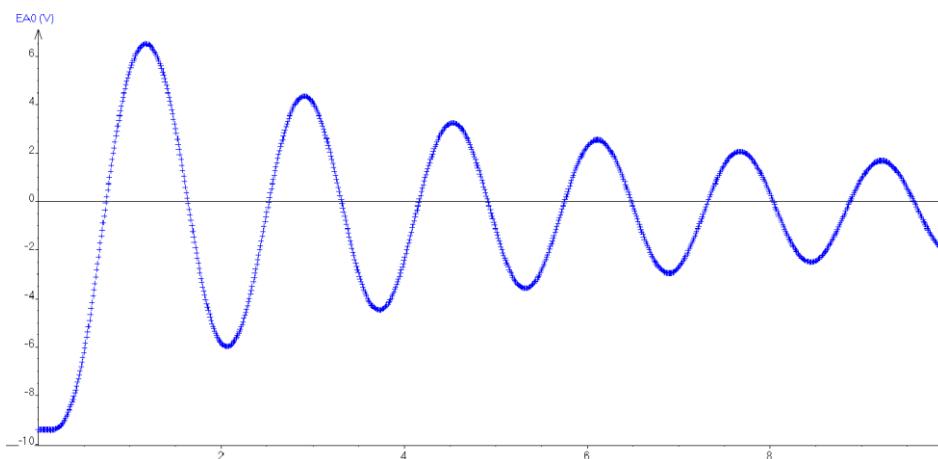
### **1) Pourquoi ce pendule ?**

Ce projet naît d'une idée d'économie d'énergie. Ce projet s'inscrit dans la problématique très actuelle de la recherche des économies d'énergie. Ainsi, nous nous sommes penchés sur l'idée d'une énergie gratuite. Encore plus que celle de simple économie, nous osons y évoquer l'idée d'une énergie quasi gratuite. De nos jours, les grands physiciens, spécialisés en physique nucléaire se penchent avec intérêt sur le problème de la fusion nucléaire qui si elle était maîtrisée constituerai une source inépuisable et gratuite d'énergie. Néanmoins, ces projets dépassant de loin nos capacités théoriques et notre budget, nous nous sommes tournés vers les énergies communément appelées vertes.

Ainsi, grâce à notre rencontre avec monsieur DUFOUR l'idée de l'utilisation du principe du pendule à germé dans nos esprits. Cependant, comme la partie précédente le développe, le principal défaut du pendule classique réside dans le fait que son mouvement n'est pas permanent car il est amorti. Or nous avons besoin d'un mouvement permanent si on veut utiliser le pendule dans un moteur afin de pouvoir produire de l'énergie quasi gratuitement. L'originalité de ce projet réside donc dans le fait que nous avons réussi à rendre le mouvement de notre pendule perpétuel. Ceci devient possible si on arrive à vaincre le problème de l'amortissement sans y consacrer trop d'énergie afin que la balance énergie consommées / énergie produite reste positive. C'est cette technique que nous allons exposer maintenant

### **2) Principe de fonctionnement**

Comme nous l'avons déjà expliqué, le mouvement d'un pendule



s'amortit au cours du temps comme le montre ce graphe :

Le phénomène d'amortissement est dû aux forces de frottement mises en jeu. Frottements des pièces mécaniques entre elles et les frottements dus à la résistance de l'air.

### 3) Principe de fonctionnement

#### 1. Le dispositif anti-amortissement

Le but du dispositif est de rendre le mouvement du pendule permanent pour avoir ainsi une production constante d'électricité.

Pour que le mouvement du pendule devienne permanent, il va falloir lui apporter à chaque cycle un surcroît d'énergie pour compenser cet amortissement.

L'idée de base est d'utiliser l'apport d'énergie de deux aimants permanents situés en bout de course de la trajectoire du pendule. La masse du pendule doit donc elle-même être aimantée

Pour atteindre ce but, la tige du pendule est constituée de deux parties, une partie rigide en acier et une partie souple constituée par un régllet métallique souple dans les proportions de  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{3}$  (voir schéma1). La tige du pendule est elle-même solidaire d'un bras en T au niveau du point de rotation.

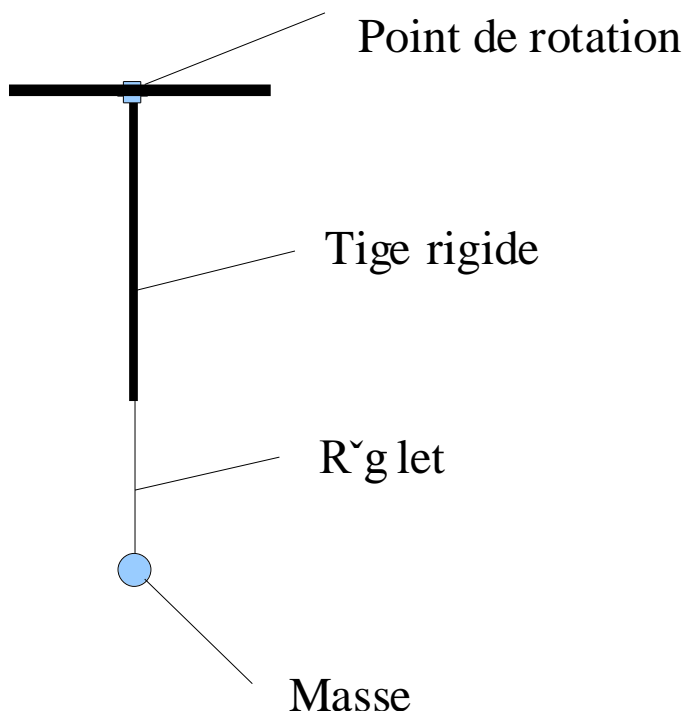
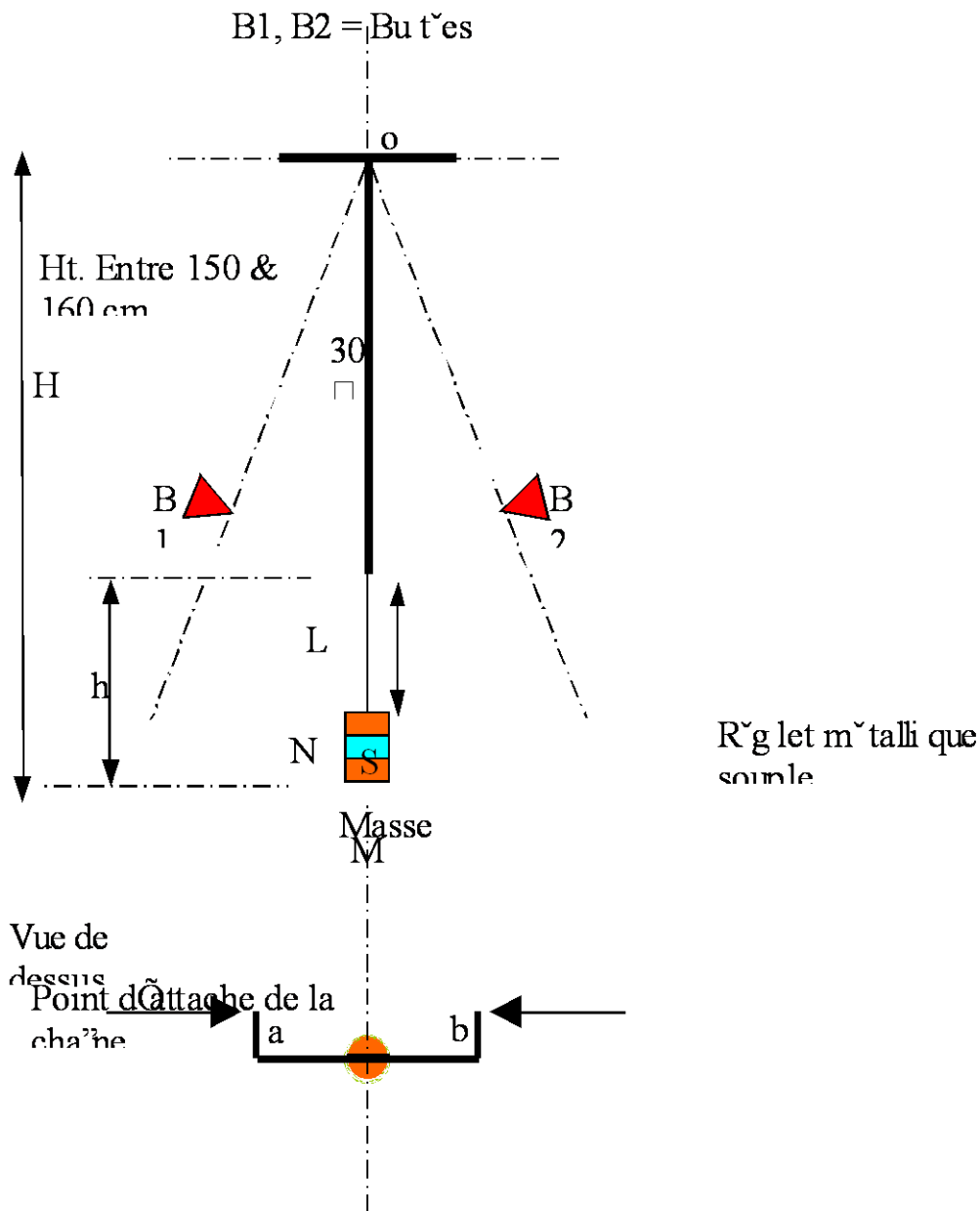


Schéma simplifié de la tige du pendule

On utilise le réglet pour ses propriétés de ressort.

Afin de pouvoir utiliser les capacités du réglet, on dispose de chaque côté du pendule de butées symétriques à 20° ou 30° sur la course du pendule. Ces butées permettent ainsi au réglet de se courber. Ceci permet d'allonger la course de la masse pesante sans allonger la tige. Les aimants permanents pourront ainsi être placés légèrement au-dessus de l'amplitude maximale.



## 2. Les réglages du dispositif

La lame en acier ressort est réglable en longueur. Cela permet d'ajuster la période du pendule tout en jouant sur l'effet ressort de la lame. Cela influence en conséquence le réglage de l'entrefer des aimants E1 & E2 et donc l'intensité des forces d'attractions F1 & F2.

Ces deux forces d'attractions doivent être très sensiblement égales.

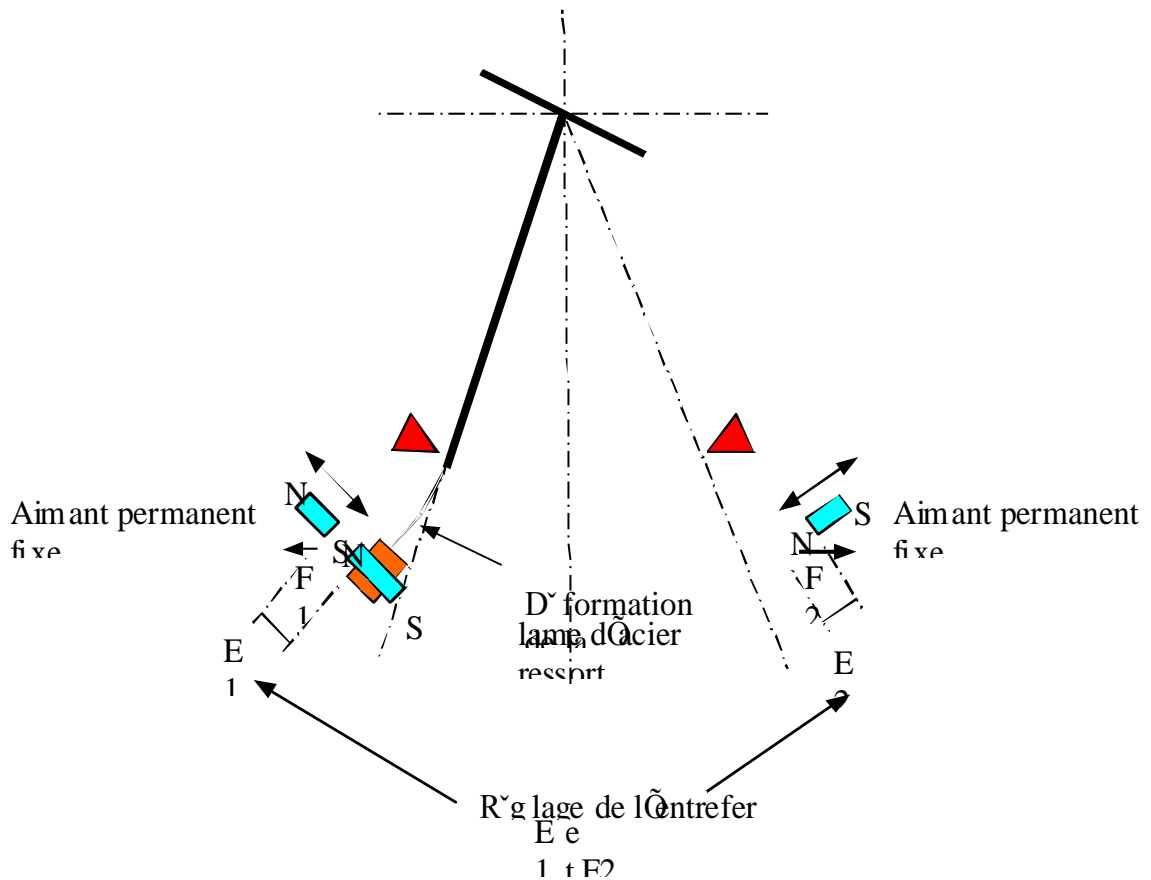
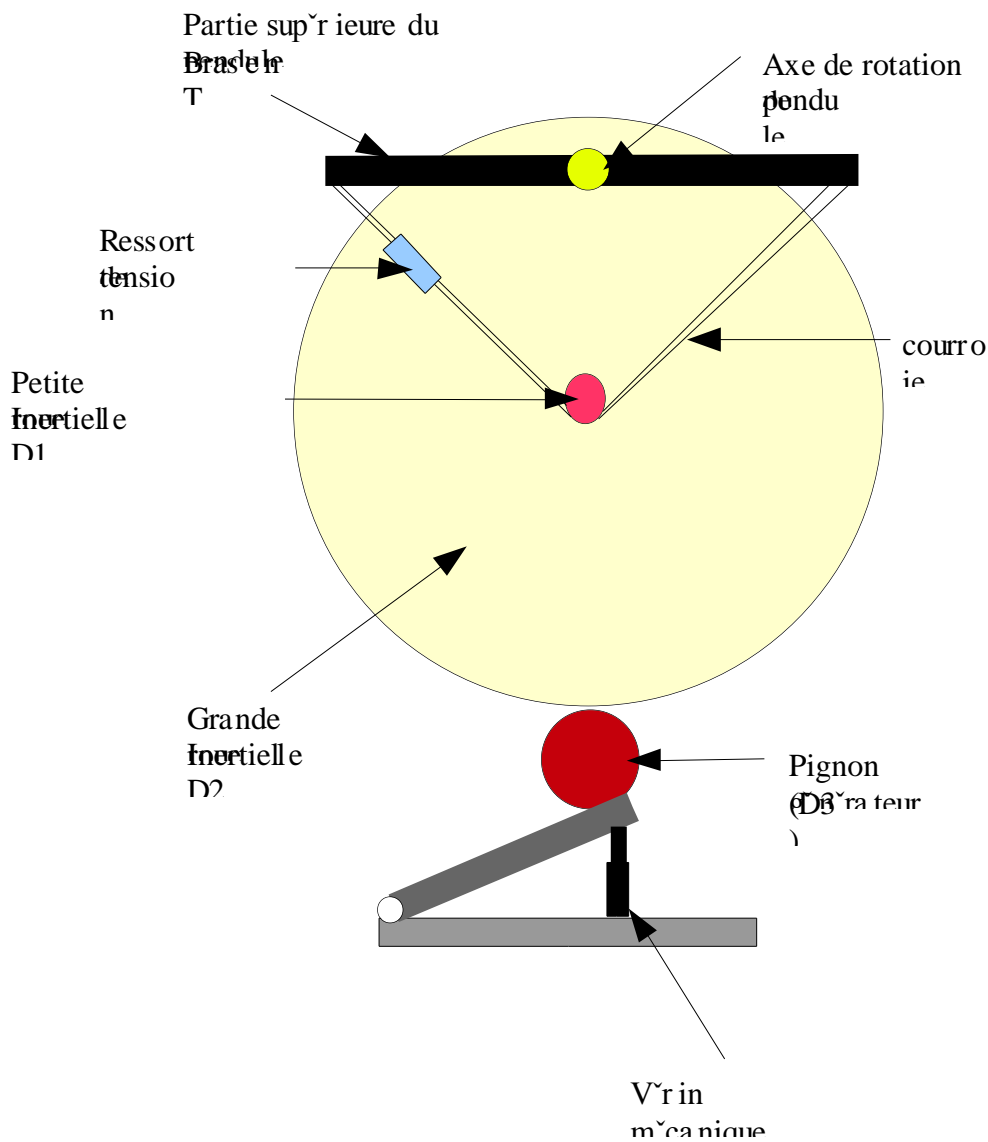


Schéma dynamique

## 3. La récupération d'énergie, la roue inertielle

La récupération de l'énergie produite lors des oscillations du pendule est assurée par une roue inertielle. Elle permet de stocker l'énergie mécanique du pendule, fournie de manière discontinue sous la forme d'énergie cinétique emmagasinée par une masse en mouvement circulaire.

Au bras en T du pendule on fixe de chaque coté une chaîne qui à son autre extrémité est reliée à la roue inertielle. Le pendule n'entraîne la roue inertielle que dans un seul sens. Pour ceci nous utilisons un système de roue crantée qui dans le sens d'entraînement bloque la rotation et permet donc la transmission du mouvement du pendule à la roue inertielle.



*Schéma de la roue inertielle et de son entraînement*

La roue inertielle est en fait constituée de deux roues fixées sur le même axe, une plus petite reliée au bras en T du pendule et l'autre plus grande au pignon du générateur (comme indiqué sur le schéma). La plus grande roue fait tourner le pignon du générateur par simple contact.

On règle la pression exercée par le pignon moteur sur la grande roue inertielle grâce à un vérin mécanique.

#### 4. Production d'énergie électrique

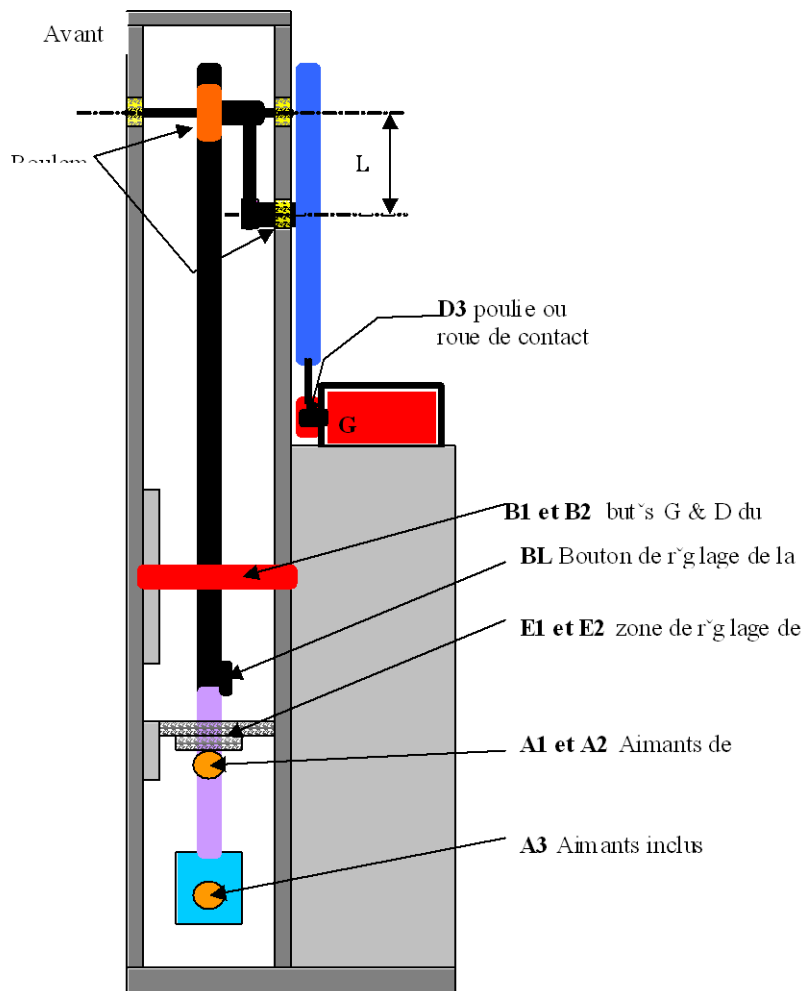
Afin de constater visuellement l'efficacité du dispositif, nous souhaitons produire suffisamment d'électricité pour pouvoir allumer des lampes témoins. Celle-ci est produite par l'intermédiaire d'un générateur entraîné par le pignon.

##### La génératrice

Avec le mouvement imprimé par le contact de son pignon avec la roue inertielle la génératrice produit un courant continu à 30.6 W.

##### Les lampes témoins

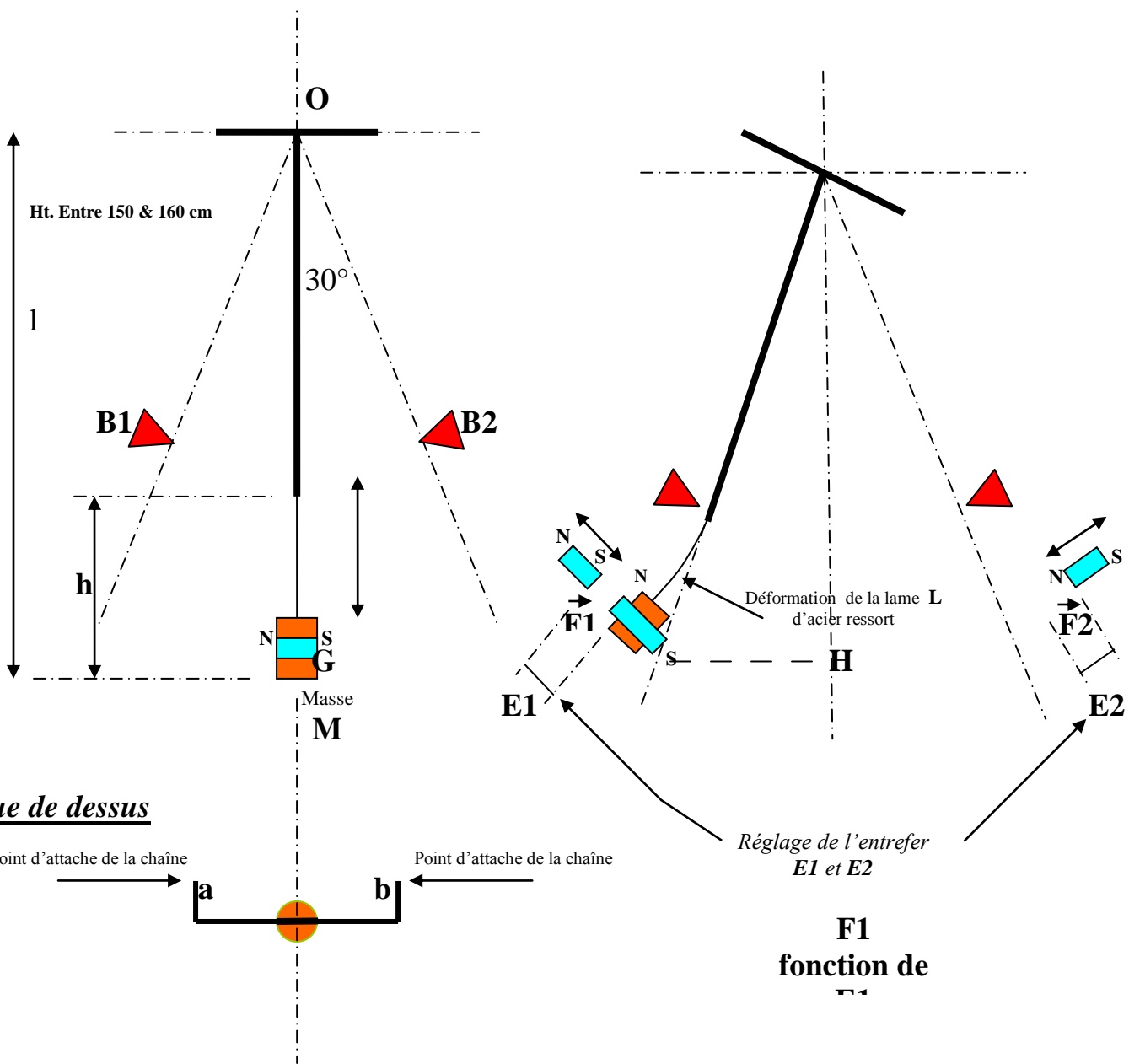
La génératrice précédemment présentée alimentera directement une batterie de LED de 3 W chacune et ainsi nous montrerons la production instantanée d'électricité que notre pendule offre.



# III – La maquette – La manipulation

## 1) Calculs préparatoires

### Principe de la relance magnétique du pendule AIXOGEN *Concept breveté.*



G : centre de gravité du parallélépipède

H : projection orthogonale de G sur l'axe vertical

L : longueur totale du pendule

**1- Etude utilisant l'énergie cinétique :**

Calcul de l'inertie du pendule. On néglige la masse du pendule lui même et on ne prend donc en compte uniquement la masse du parallélépipède, on a d'après le théorème de Huygens :

$$J_p = J_g + mOG^2 = J_g + m(1+(a/2))^2 = 1/6(m*a^2) + m*(1+(a/2))^2$$

On cherche le côté du parallélépipède. On sait que la masse volumique  $\rho$  vaut :

$$\rho = \frac{m}{v} \Leftrightarrow v = \frac{m}{\rho}$$

Or on a aussi pour le volume d'un parallélépipède:

$$V = a^3$$

D'où :

$$\frac{m}{\rho} = a^3$$

Donc :

$$r = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$$

Avec :

$$m = 2 \text{ kg}$$

Le parallélépipède étant en aluminium, on a :  
 $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$

$$\text{D'où : } r = \mathbf{0,0905 \text{ m}} \\ = \mathbf{9,1 \text{ cm}}$$

Alors, pour l'inertie, avec :

$$a = 0,0905 \text{ m}$$

$$l = 1,5 \text{ m}$$

$$m = 2000 \text{ g}$$

$$\text{On a : } J_p = \mathbf{4778,3 \text{ g.m}^2}$$

Lorsque l'angle  $\theta$  est important, l'équation horaire n'est pas connue, on utilisera donc le théorème de l'énergie cinétique, en remarquant que l'énergie cinétique d'un solide en rotation est :

$$\frac{1}{2} J \omega^2$$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre le départ,  $\theta = 30^\circ$ , et le passage par la position d'équilibre,  $\theta = 0^\circ$  :

$$E_{C1} = 0$$

et

$$E_{C2} = \frac{1}{2} J \Omega^2$$

La réaction de l'axe ne travaille pas, seul le poids effectue un travail

$$\overline{W}_{\overline{P}} = P.HG = mg(OG - OH)$$

comme  $OG = l$  et  $OH = l \cos \theta$

donc

$$\overline{W}_{\overline{P}} = mgl(1 - \cos \theta)$$

$$E_{C2} - E_{C1} = \overline{W}_{\overline{P}} \rightarrow \frac{1}{2} J \Omega^2 = mgl(1 - \cos \theta) \rightarrow \Omega = \sqrt{\frac{2mgl(1 - \cos \theta)}{J}}$$

Pour :

$\theta = 30^\circ$  où  $\theta$  est l'angle de départ

$$J_p = 4778,3 \text{ g.m}^{-2}$$

$$g = 9,81 \text{ N.m}^{-1}$$

$$l = 1,50 \text{ m}$$

$$m = 2000 \text{ g}$$

$$\text{Donc : } \omega_p = 3,23 \text{ rad.s}^{-1} \\ = 30,8 \text{ tr.min}^{-1}$$

## 2- Etude cinématique :

La vitesse angulaire restant la même pour toute la structure pendulaire et ayant une liaison avec une chaîne, la vitesse au point X est la même que celle de la roue D2.

On a alors :  $v_{p2} = v_{D1}$

Ou encore :

$$\begin{aligned}\omega R_p &= \omega R_{D2} \\ \Leftrightarrow \frac{\omega_p}{\omega_{D1}} &= \frac{R_{D1}}{R_p} \quad (1)\end{aligned}$$

On aussi les mêmes conditions entre le pignon de sortie de l'arbre moteur D3 et la roue inertielle D2 :

On alors de même :

$$\begin{aligned}\omega_m R_m &= \omega_{D2} R_{D2} \\ \text{or } \omega_{D2} &= \omega_{D1} \text{ car c'est le même solide} \\ \Leftrightarrow \frac{\omega_m}{\omega_{D1}} &= \frac{R_{D2}}{R_m} \\ \Leftrightarrow \omega_{D1} &= \frac{R_m * \omega_m}{R_{D2}}\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation (1) :

$$\begin{aligned}(1) \Leftrightarrow \frac{\omega_p * R_{D2}}{R_m * \omega_m} &= \frac{R_{D1}}{R_p} \\ (1) \Leftrightarrow R_p &= \frac{R_m * \omega_m * R_{D1}}{\omega_p * R_{D2}}\end{aligned}$$

Avec :

$$R_{D1} = 37 * 10^{-3} \text{ m}$$

$$R_{D2} = 320 * 10^{-3} \text{ m}$$

$$R_m = 10 * 10^{-3} \text{ m}$$

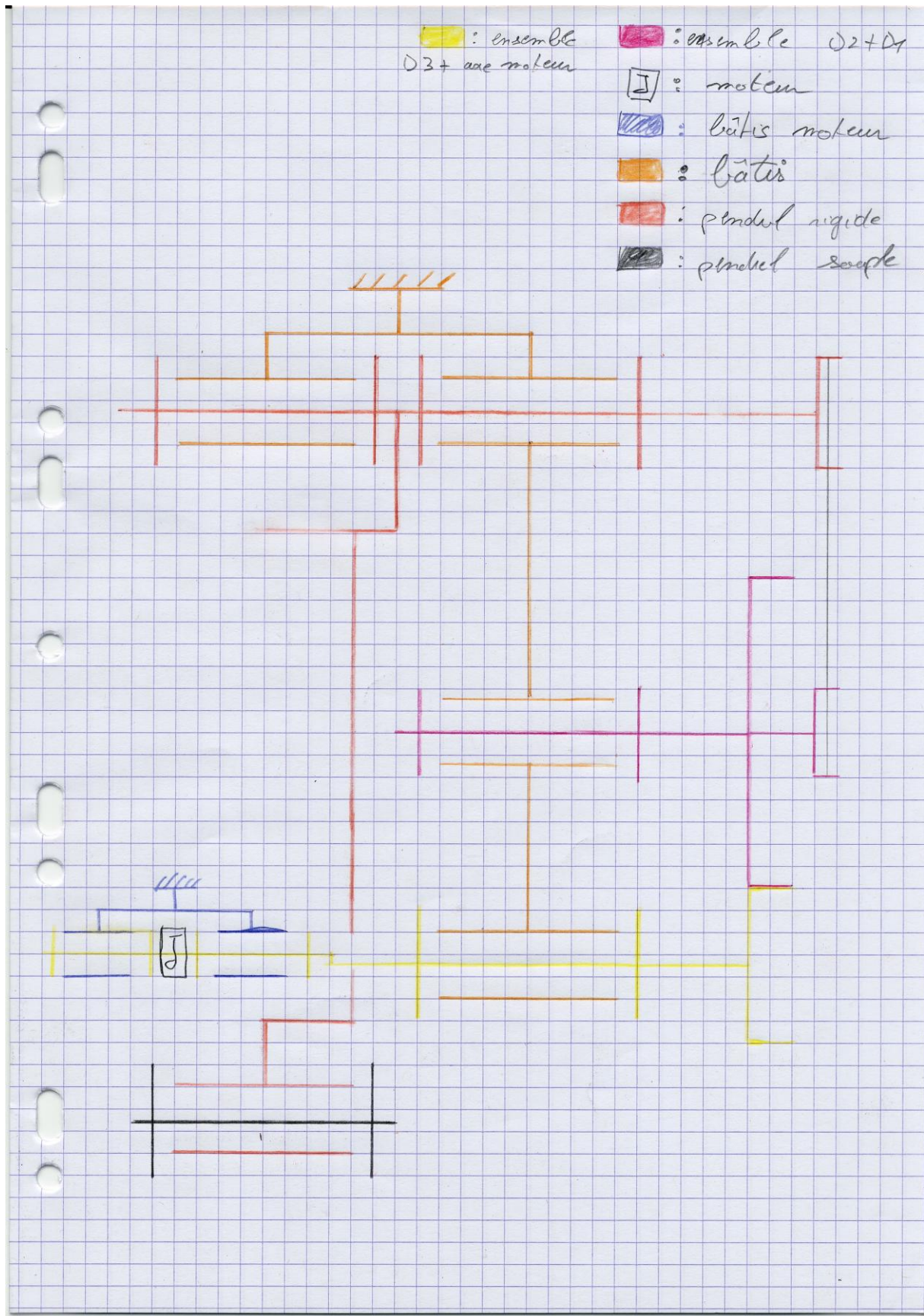
$$\omega_m = 883,83 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_p = 3,23 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\mathbf{R_p = 0,32 \text{ m} = 32 \text{ cm}}$$

### **3 - Etude dynamique :**

# Etude d'un générateur gravitationnel



Torseurs :

$$T_{t/p} = \begin{matrix} G \\ o \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} o \\ o \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -mg * l \sin \theta \\ -mg & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_{ch/p} = \begin{matrix} o \end{matrix} \begin{pmatrix} X_{ch} & 0 \\ 0 & M_{ch} \\ Z_{ch} & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_{bais/p} = \begin{matrix} o \end{matrix} \begin{pmatrix} X_b & L_b \\ Y_b & 0 \\ Z_b & N_b \end{pmatrix}$$

D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \overrightarrow{M}(\overrightarrow{F}_{p/p}) = J \frac{d\overline{\Omega}}{dt}$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ -mg * l \sin \theta \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ M_{ch} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_b \\ 0 \\ N_b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Cf_x \\ Cf_y \\ Cf_z \end{vmatrix} = J \frac{d\overline{\Omega}}{dt}$$

Or Cf empêche le mouvement, il est donc selon l'axe y.

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ -mg * l \sin \theta \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ M_{ch} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_b \\ 0 \\ N_b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Cf_x \\ Cf_y \\ Cf_z \end{vmatrix} = J \begin{vmatrix} 0 \\ \ddot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix}$$

On a donc  $L_b = 0$  et  $N_b = 0$

$$/ \vec{y} : -mg * l \sin \theta + M_{ch} + Cf_y = J \ddot{\theta}$$

On a inclus dans Cf le couple de frottements de l'air et les autres couples de frottements :

Avec :

$$Cf = k_f \dot{\theta} + k_{air} \dot{\theta}^2$$

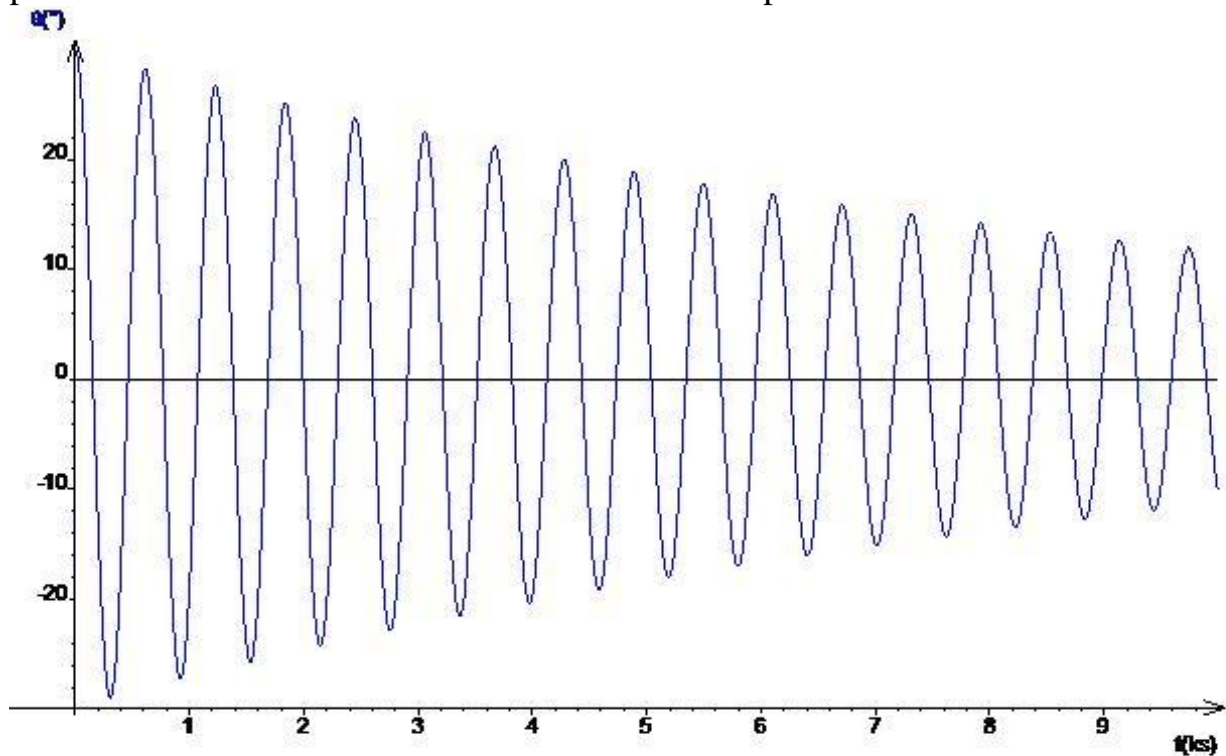
d'où :

$$/ \vec{y} : -mg * l \sin \theta + M_{ch} - k_f \dot{\theta} - k_{air} \dot{\theta}^2 = J \ddot{\theta}$$

soit :

$$/ \vec{y} : M_{ch} = J \ddot{\theta} + k_f \dot{\theta} + k_{air} \dot{\theta}^2 + mg * l \sin \theta$$

Ce qui est une équation différentielle du second ordre liant  $\theta$  à ses dérivées première et seconde. Cette équation n'a pas de solution analytique, donc nous sommes obligés d'utiliser une solution numérique. Pour cela nous avons utilisé le logiciel Regressi. Pour cela nous devons avoir  $M_{ch} < 5$  N.m et pour une valeur de 1 N.m on obtient la courbe ci-après.



On constate que le système ne sera totalement amortie qu'après une grande durée.

On a :

$$E_{c tot} = \frac{1}{2} * J_{eq} * \omega_{D2}^2$$

$$\Leftrightarrow E_c = E_{cp} + E_{cD2} + E_{cm}$$

Où  $J_{eq}$  est l'inertie équivalente de tous le système.

On va donc chercher à exprimer les différentes énergies cinétiques en fonction de  $\omega_{D2}$  car on a définie dans l'étude cinématique les différents rapports entre les vitesses angulaires du système :

Soit :

-l'énergie cinétique de la roue inertielle D2:

$$E_{cD2} = \frac{1}{2} * J_{D2tot} * \omega_{D2}^2$$

-l'énergie cinétique du moteur et de la roue D3

$$E_{cm} = \frac{1}{2} * J_m * \omega_{D2}^2$$

$$\Leftrightarrow E_{cm} = \frac{1}{2} * J_m * \left( \frac{\omega_{D2} * R_{D2}}{R_m} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow E_{cm} = \frac{1}{2} * J_m * \omega_{D2}^2 * \left( \frac{R_{D2}}{R_m} \right)^2$$

-l'énergie cinétique du pendule :

$$E_{cp} = \frac{1}{2} * J_p * \omega_{D2}^2$$

$$\Leftrightarrow E_{cp} = \frac{1}{2} * J_p * \left( \frac{\omega_m * R_m * R_{D1}}{R_{D2} * Rp} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow E_{cp} = \frac{1}{2} * J_p * \left( \frac{\omega_{D2} * R_{D2} * R_m * R_{D1}}{R_m * R_{D2} * Rp} \right)^2$$

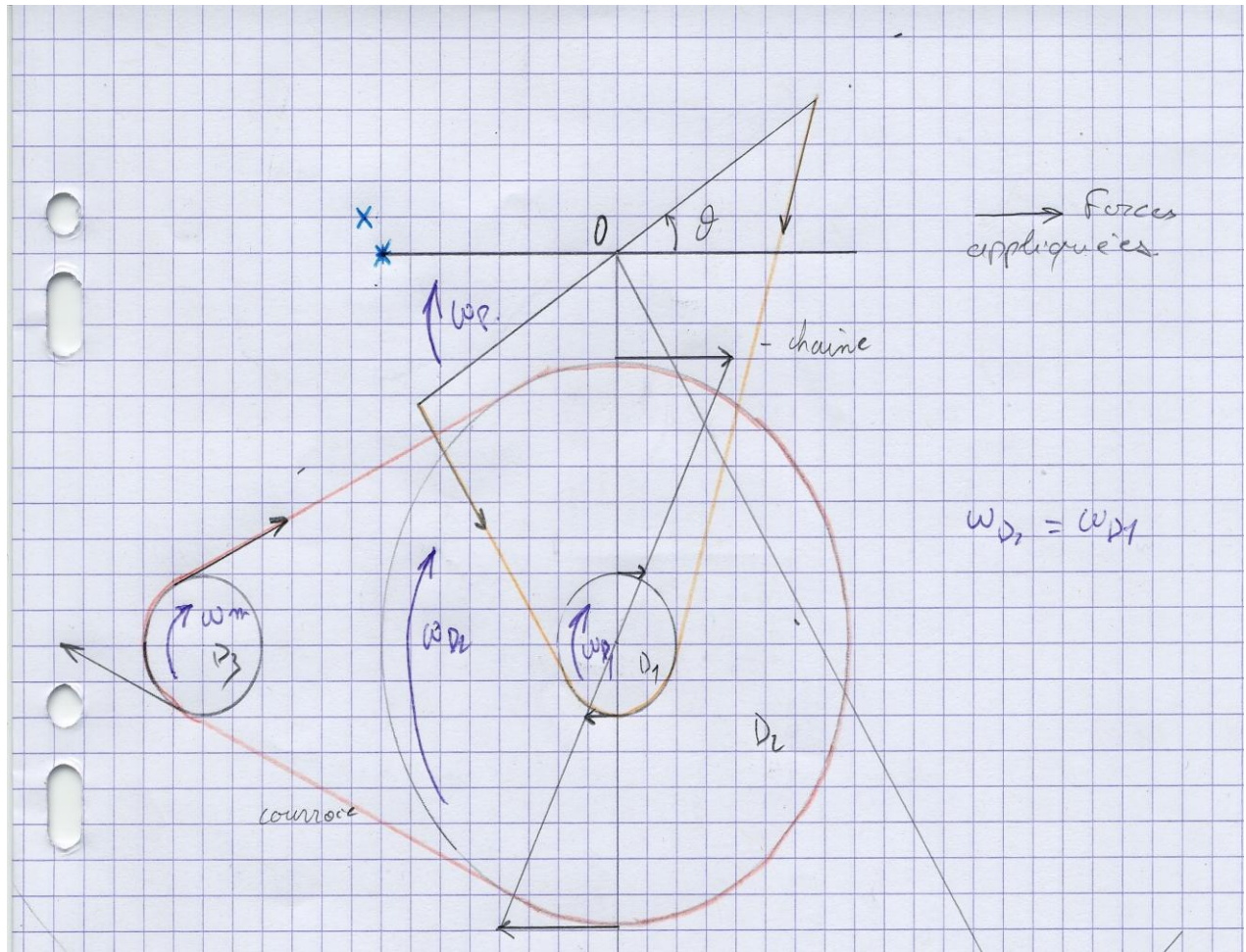
$$\Leftrightarrow E_{cp} = \frac{1}{2} * J_p * \omega_{D2}^2 * \left( \frac{R_{D1}}{Rp} \right)^2$$

D'où :

$$E_{ctot} = \frac{1}{2} * \omega_{D2}^2 * \left[ \left( \frac{R_{D2}}{R_m} \right)^2 * J_m + \left( \frac{R_{D1}}{Rp} \right)^2 * J_p + J_{D2tot} \right]$$

Alors :

$$J_{eq} = \left( \frac{R_{D2}}{R_m} \right)^2 * J_m + \left( \frac{R_{D1}}{Rp} \right)^2 * J_p + J_{D2tot}$$

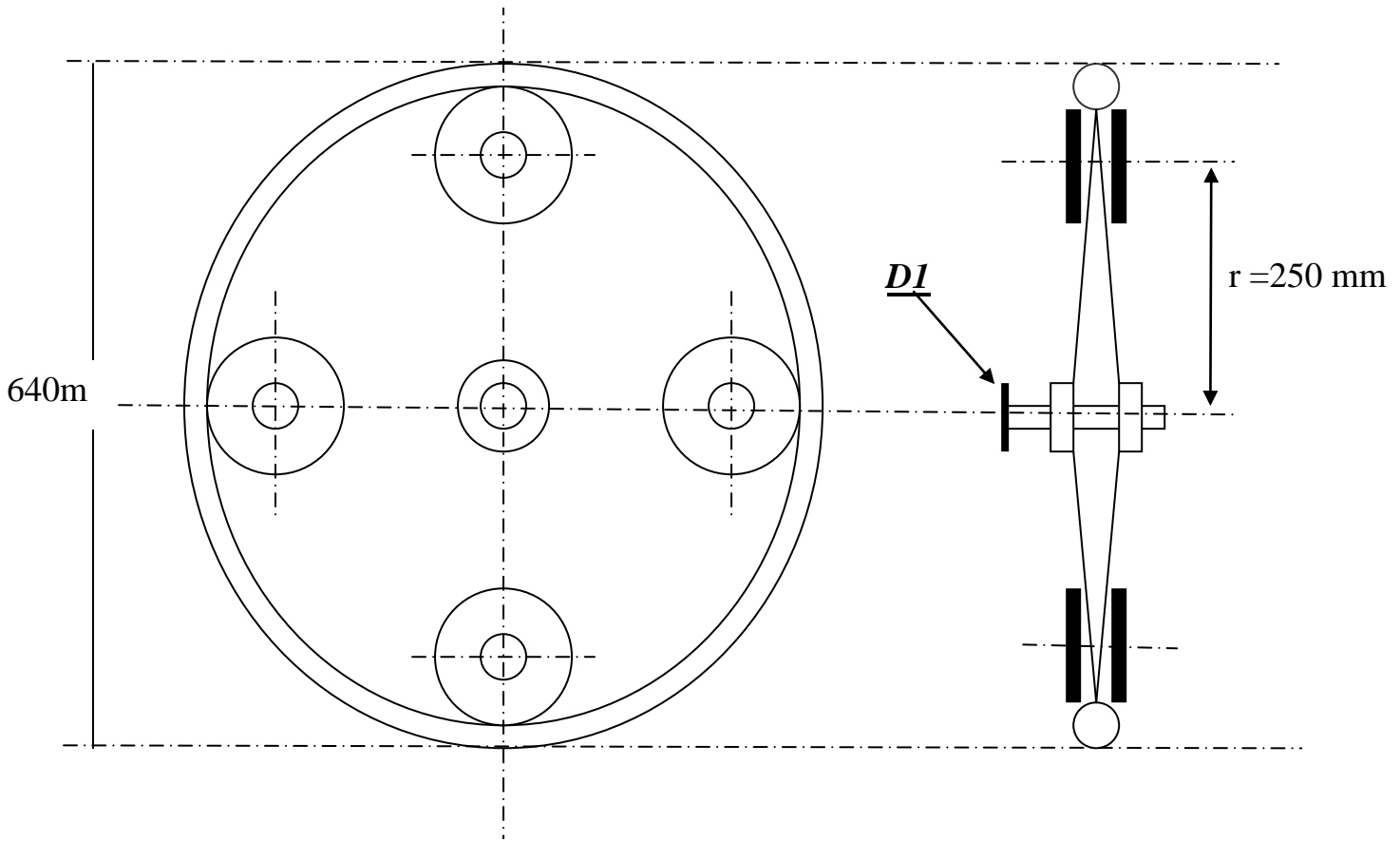


Cherchons  $J_{D2\text{tot}}$ , l'inertie de la roue D2 et des masses fixées sur celle-ci :

On sait que la masse de cette roue est de 2kg et elle est composée de 8 masse de 0,5 kg placé de chaque coté de façon à obtenir 4 masses de 1kg disposé chacune à un rayon  $r_{D2/c}$  250mm du centre de D2 et à  $90^\circ$  les unes des autres.

**Représentation de D2 avec les 4 x 1 kg de fonte (masse inertielle)**

**La masse de la roue D2 seule est de 2kg.**



Ce dessin montre le positionnement Des 4 paires de masses de 1kg à 90°

Détail d'assemblage par paire d'1 kg de disques

**Nota** : Un montage de fixation à été étudié pour garantir le bon

On a alors :

$$J_{D2tot} = 4 * [ J_c + M_c * r_{d2/c}^2 ] + J_{D2}$$

$$\Leftrightarrow J_{D2tot} = 4 * \left[ \frac{1}{2} * M_c * R_c^2 + M_c * r_{d2/c}^2 \right] + \frac{1}{2} * M_{D2} * R_{D2}^2$$

où :

$$M_c = 1000 \text{ g}$$

$$M_{D2} = 2000 \text{ g}$$

$$R_c = 0,1 \text{ m}$$

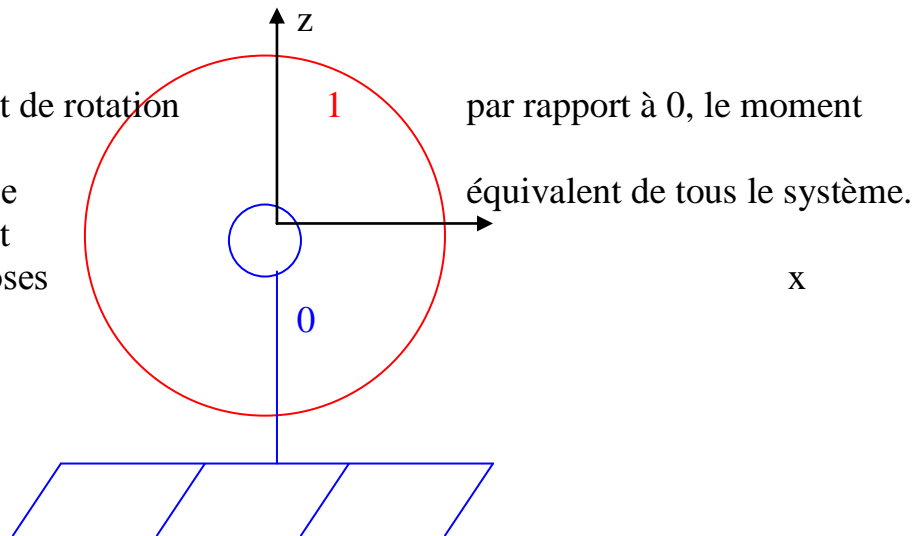
$$R_{D2} = 0,37 \text{ m}$$

$$R_{D2/c} = 0,250 \text{ m}$$

$$\text{Soit : } J_{D2\text{tot}} = 270,1 \text{ g.m}^2$$

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à un modèle équivalent:

1 est en mouvement de rotation  
d'inertie est  $J_{eq}$   
Le moment d'inertie  
 $M0/1$  est le moment  
résistant qui s'oppose  
au mouvement



On a, n'ayant pas de translations, pas résultantes, soit :

$$\sum \overrightarrow{F}_{D2/D2} = \vec{0}$$

$$\sum M(\overrightarrow{F}_{D2/D2}) = J \frac{d\overrightarrow{\omega}_{D2}}{dt}$$

Soit en projection selon y , où  $M_{ftot}$  est le moment résistant total :

$$/ \vec{y} : M_{ftot} = J_{eq} * \dot{\omega}_{D2}$$

$$\Leftrightarrow / \vec{y} : \dot{\omega}_{D2} = \frac{M_{ftot}}{J_{eq}}$$

On en déduit alors :

$$\omega_{D2}(t) = \frac{M_{ftot}}{J_{eq}} * t^2 + \omega_{D2}(0) * t + \theta_{D2}(0)$$

et :

$$\theta_{D2}(t) = \frac{1}{2} * \frac{M_{ftot}}{J_{eq}} * t^2 + \omega_{D2}(0) * t + \theta_{D2}(0)$$

On en tire :

$$t_f = \frac{-\omega_{D2}(0)}{\frac{M_{ftot}}{J_{eq}}}$$

avec :  $M_{ftot} < 0$  car il est résistant et il empêche donc le mouvement.

$$M_{ftot} = -f * P_{D2} * r_{liaison}$$

$$\text{Et : } \Rightarrow M_{ftot} = -f * m_{D2} * g * r_{liaison}$$

Avec :

$f = 0,3$  un coefficient maximal de frottement

$m_{D2} = 6000 \text{ g}$

$r_{liaison} = 0,009 \text{ m}$

$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

soit :  **$M_{ftot} = -158,9 \text{ N.m}$**

Avec :

$\omega_{D2}(0) = 27,6 \text{ rad.s}^{-1}$

$J_{eq} = 69,7 \text{ g.m}^2$

Donc :  **$t_f = 59 \text{ s}$**

Donc si le mouvement de la roue d'inertie n'est pas entretenu, elle s'arrêtera au bout de 59 secondes.

On applique le principe fondamental de la dynamique au moteur + D3 :

Torseurs :

$$\mathbf{T}_{t/m} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{array} \right\} \\ G_m \end{matrix} \mathbf{T}_{c/m} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{cc} X_c & 0 \\ 0 & M_c \\ Z_c & 0 \end{array} \right\} \\ G_m \end{matrix} \mathbf{T}_{batis/m} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{cc} X_b & L_b \\ Y_b & 0 \\ Z_b & N_b \end{array} \right\} \\ G_m \end{matrix}$$

Etant dans le cas d'une rotation, on a :

$$\sum \overline{M(\vec{F}_{m/m})} = J \frac{d\overline{\Omega}_m}{dt}$$

soit :

$$\begin{vmatrix} 0 \\ M_{ch} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_b \\ 0 \\ N_b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ Cf_y \\ 0 \end{vmatrix} = J \frac{d\overline{\Omega}_m}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ M_{ch} \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_b \\ 0 \\ N_b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ Cf_y \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ J^* \Omega_m \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$L_b = 0 \text{ et } N_b = 0$$

On pose : Cr le couple de résistance du moteur ou Cr est l'addition du couple de frottements et du couple crée par la force contre électromotrice.

Notre étude au niveau du moteur ne concernant que le régime permanent, on a :

$$J\ddot{\theta}_m = 0$$

donc :

$$/\vec{y} : M_c + Cr = 0$$

Le couple Mc est le couple que l'on doit fournir, aux rendements près, au moteur dans nos conditions, soit pour une puissance de 30,6 W.

Or,

$$P = M_c * \omega_m$$

$$\Leftrightarrow M_c = \frac{P}{\omega_m}$$

Avec,

$$P = 30,6 \text{ W}$$

$$\omega_m = 883,83 \text{ rad.s}^{-1}$$

On obtient alors :  $M_c = 0,035 \text{ N.m}$

On peut alors déterminer la force développée pour créer ce couple :

$$M_c = F_m * D_m$$

$$\Leftrightarrow F_m = \frac{M_c}{D_m}$$

Avec le diamètre du moteur de 20mm, on a  $F_m = 1,73 \text{ N}$

On applique le principe fondamental de la dynamique à D2 :

Torseurs :

$$T_{t/D2} = \underset{G_m}{\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}} \quad T_{c/D2} = \underset{G_m}{\begin{Bmatrix} X_c & 0 \\ 0 & M_c \\ Z_c & 0 \end{Bmatrix}} \quad T_{batis/D2} = \underset{G_m}{\begin{Bmatrix} X_b & L_b \\ Y_b & 0 \\ Z_b & N_b \end{Bmatrix}}$$

$$T_{ch/D2} = \underset{G_m}{\begin{Bmatrix} X_{ch} & 0 \\ 0 & M_{ch} \\ Z_{ch} & 0 \end{Bmatrix}}$$

Nous travaillons toujours en rotation, donc :

$$\sum \overline{M(\overline{F_{D2/D2}})} = Jeq \frac{d\overline{\Omega_{D2}}}{dt}$$

Car nous considérons que sur la roue inertielle comme le solide où s'applique toutes les inerties du système, c'est pour cela que l'on utilise  $Jeq$ .

## 2) Réalisation de la maquette

### Rapport entre d2 et d3 :

On a la roue D2 d'un diamètre de 640mm.

La poulie de contact D3 du générateur a un diamètre 20 mm.

Ainsi il nous est possible d'avoir un rapport de 32 entre D2 et D3.  
Cela à pour effet de faire tourner moins vite D2 pour l'obtention des 8400 T/mn de D3.

On a également :

Périmètre de D2 = 2009 mm

Périmètre de D3 = 62,8 mm

Ce qui nous donne que pour que D3 tourne à 8400 T/mn il faut impérativement que D2 tourne à 262,5 T/mn

Donc le développé de D2 en 1 mn est de 527,36 m /mn  
soit en une heure de 31 641,75 m ou 31,641 km/h.

**Liste et description des pièces nécessaires:**

**Roue D2 :** Une jante de VTT de 26 pouces avec un bandeau de protection de chambre 26'

Une chambre à air de 26' 1,25 à 1,50 et un pneu de route à bande de roulement lisse de 26' 1,25 (largeur du pneu).

Un jeu de 8 poids de 0,5 kg pour altère pour faire 4 masses inertielles de 1kg chacune.

**Contrôle de la vitesse de rotation :** Un compteur électronique de vitesse sans fil.

**Chaîne :** Une chaîne de velo.

**Roue D1 :** Un pignon de 11T

**la génératrice :** Un moteur

Un galet d'entraînement pour le moteur.

Un jeu de 8 poids de 0,5 kg pour altères pour faire 4 masses inertielles de 1kg chacune.

**Un Ampèremètre**

**Un voltmètre**

**Une prise de sortie.**

**La structure du châssis** en CP de 12 ou 16 mm à faire couper et à assembler.

**Tige :** acier

**Le réglet :** lame d'acier ressort

**La masse de 2 kg :** en alu ou laiton (non magnétique) avec sa fixation

**Les 4 aimants de puissance** : pour la relance du pendule

Les 2 butés : en acier

## **Conclusion**

Dans ce travail écrit que nous tentons d'expliquer le fonctionnement de ce moteur pendulaire, ou générateur gravitationnel. En effet, les mécanismes étudiés ne sont pas si simples et il a donc été nécessaire de comprendre tout d'abord le fonctionnement d'un pendule simple, sans puis avec frottements avant d'expliquer comment notre pendule peut maintenir le mouvement d'une roue inertielle entraînant un moteur. Par la suite, le plus gros travail que nous avons fourni consiste à interpréter physiquement le mouvement du pendule, en écrivant directement les équations mécaniques qui régissent le mouvement de notre pendule « spécial ». Finalement, le modèle théorique, que nous avons également pu exploiter grâce à une maquette virtuelle s'est révélé assez intéressant, puisqu'il montre que le pendule peut maintenir le générateur en marche pendant une longue durée.

Quel est donc l'aboutissement de notre projet ? C'est principalement l'exploitation des forces naturelles qui s'exercent sur Terre, comme celle de la gravitation et qui est responsable du mouvement du pendule. Cependant, la subtilité de ce pendule est le fait que l'on tire profit d'une autre force. C'est la force magnétique que l'on exploite grâce à des aimants permanents. Cette force est déjà utilisée, dans les nouveaux trains ou métros allemands et japonais, le Maglev, car elle permet à la fois de mettre le train en lévitation afin d'éviter les frottements et de maintenir le mouvement du train. Le concept de récupération d'énergie grâce à des aimants permanents a donc été breveté par Mr Dufour, dirigeant de l'entreprise Aixogen Motors, qui a encadré notre projet. On peut donc voir que l'énergie magnétique peut aujourd'hui être extrêmement bien contrôlée avec aimants permanents « high-tech », et qu'elle sera sûrement une des énergies phare du 21<sup>ème</sup> siècle.

Toujours à la recherche de nouvelles énergies renouvelables, on cherche à s'émanciper de notre dépendance envers le pétrole dont il ne restera presque plus rien dans les prochaines années. Notre maquette n'est pas vraiment optimisée pour la création d'énergie, mais elle montre comment il est possible d'exploiter les énergies renouvelables, et notre projet constitue donc un pas vers l'indépendance de l'homme vis à vis des ressources finies. Peut-être qu'un jour, chaque foyer sera autonome, en faisant fonctionner un pendule en guise de générateur central, comme certains foyers s'équipent déjà de panneaux photovoltaïques.